УДК: 519.863:332 DOI: 10.12737/23998

МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ПОКАЗАТЕЛЕЙ В ОПТИМИЗАЦИОННЫХ УПРАВЛЕНЧЕСКИХ ЗАДАЧАХ РЕГИОНАЛЬНОЙ ЭКОНОМИКИ

Шуметов В.Г., Барбашова Е.В., Слатинов В.Б.[1]

Рассматриваются методические аспекты психофизического преобразования региональных показателей в функции желательности в случае двусторонних ограничений, когда высокие оценки придаются оптимальному значению, а отклонения от оптимума в обе стороны вызывают снижение желательности показателя. Обосновано, что в подобных случаях, часто встречающихся в оптимизационных задачах региональной экономики, целесообразно использовать экспоненциально-степенную функцию желательности Харрингтона. На примере индикатора уровня социальной удовлетворенности населения – отношения оборота услуг связи к объему розничного товарооборота – продемонстрирована методика преобразования показателя с двусторонним ограничением в функцию желательности. Предложено назначение параметров экспоненциально-степенной функции желательности проводить по числовым статистическим характеристикам региональных выборок – среднему значению показателя и его стандартному отклонению.

Ключевые слова: региональный показатель, двустороннее ограничение, психофизическое преобразование, экспоненциально-степенная функция желательности Харрингтона, методика преобразования, среднее значение, стандартное отклонение.

METHODICAL ASPECTS OF CONVERSION INDICATORS IN OPTIMIZATION OF MANAGEMENT TASKS OF THE REGIONAL ECONOMY

SHUMETOV V.G. – Doctor of Economic Sciences, Professor, Orel State Agrarian University (Russian Federation, Orel), e-mail: shumetov@list.ru

BARBASHOVA E.V. – Candidate of Economic Sciences, Associate Professor at the Department of Sociology and Information Technologies, Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration (Russian Federation, Orel), e-mail: work.67@mail.ru

SLATINOV V.B. – Doctor of Political Sciences, Professor, Russian Presidential Academy of National Economy and Public Administration (Russian Federation, Orel), e-mail: vestniksrvon@mail.ru

The methodical aspects of psychophysical transformation of regional indicators in the function of desirability in the case of bilateral constraints when high ratings are given to the optimal value and the deviation from the optimum in both directions causes a decrease of desirability index. It is proved that in such cases often encountered in optimization problems of the regional economy, it is advisable to use an exponential-power function of desirability of Harrington. On the example of level

Шуметов Вадим Георгиевич – доктор экономических наук, профессор, Орловский государственный аграрный университет, профессор кафедры информационных технологий и математики, адрес: 302028, Россия, г. Орел, б. Победы, д. 19, e-mail: shumetov@list.ru

Екатерина Вадимовна – кандидат экономических наук, доцент кафедры социологии и информационных технологий, Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте РФ, Среднерусский институт управления – филиал, адрес:302028, Россия, г. Орел, ул. Панчука, д. 1, e-mail: work.67@mail.ru

Слатинов Владимир Борисович — доктор политических наук, профессор кафедры, Российская академия народного хозяйства и государственной службы при Президенте РФ, Среднерусский институт управления – филиал, адрес: Россия, г. Орел, б. Победы, д. 5а, e-mail: vestniksrvon@mail.ru

indicator of social satisfaction of the population – turnover ratio of communication services to the volume of retail trade – a conversion technique of indicator with bilateral limitation of the desirability function is demonstrated. The appointment of parameters of exponential-power function of desirability is proposed to carry on numerical statistical characteristics of regional samples – the average value of the indicator and its standard deviation.

Keywords: regional indicator, two-way limit, psychophysical transformation, exponential-power function of desirability of Harrington, technique transformation, mean, standard deviation.

В публикации[1] нами предложен статистический подход к формированию функции желательности Харрингтона в задачах экономико-математического моделирования. На конкретном примере оценки одного из индикаторов уровня жизни населения регионов Центральной России – отношения среднемесячных денежных доходов к прожиточному минимуму – продемонстрирована методика построения функции желательности Харрингтона с односторонним ограничением, т.е. когда очевидным является нарастающий или убывающий характер зависимости полезности свойств показателей социально-экономической природы, т.е. их желательности, от числовых значений показателей. Показано, что при использовании предлагаемого в работе алгоритма назначения нижней и верхней границ зоны желательности «удовлетворительно» по числовым статистическим характеристикам реальных выборок (среднему значению и стандартному отклонению) практически всегда – «автоматически» – обеспечивается преобразование исходного показателя в безразмерную функцию S-образной формы, отвечающей интуитивным представлениям о характере связи его значений с их желательностью, при этом имеется возможность четкого выделения пяти зон желательности: «очень плохо», «плохо», «удовлетворительно», «хорошо», «очень хорошо».

В математическом отношении функции Харрингтона с односторонним ограничением обладают рядом полезным свойств: они безразмерные, монотонные, гладкие, нормированные на открытый промежуток (0, 1), асимптотически приближаясь к нулю – в случае абсолютно неприемлемых значений показателя и к единице в случае идеальных значений. Последнее свойство позволяет формировать на их основе обобщенные индикаторы, также обладающие указанным набором полезных свойств.

В то же время аналитик часто встречается с задачей построения функции желательности для показателей с двусторонними ограничениями, когда высокие оценки придаются оптимальным значениям, а отклонения от них в любую сторону приводят к снижению желательности. Харрингтон в работе[2] не только предложил математический вид функции желательности также и для этого случая, но и разработал методику ее формирования на основе экспертных оценок, а именно: при двусторонних ограничениях эксперт должен указать значения xmin и xmax, при которых качество очень низкое (оценивается не более чем 5%). Тогда функция желательности будет иметь вид:

$$di = d(zi) = \exp(-|zi|^n), \quad (1)$$

$$zi = [2xi - (xmax + xmin)]/(xmax - xmin), \quad (2)$$

где zi – кодированные значения i-го показателя, представляющие собой безразмерные величины; xi – значение i-го информативного показателя; xmax и xmin – границы допустимых значений показателя; n – показатель степени, управляющий формой кривой.

[1] Барбашова Е.В., Чекулина Т.А., Шуметов В.Г. Статистический подход к формированию функции желательности Харрингтона в задачах математического моделирования // Вестник ОрелГИЭТ. – 2015. – №2(32). – С. 94-99.

[2] Harrington E.C. The desirable function // Industrial Quality Control. – 1965. – V.21. – №10. – P.494–498.

Функция Харрингтона (1) – симметричная, и оптимальное значение показателя предполагается равным среднему арифметическому:

$$x_{opt} = x_{cp} = (x_{max} + x_{min})/2. \quad (3)$$

Для определения параметра n, управляющего формой кривой, автор вышеупомянутой работы рекомендует задаться еще одним значением показателя x0, для которого эксперту известна оценка качества d0. тогда

$$n = \ln \ln (1/d0)/\ln |z0|. \quad (4)$$

Кажущаяся сложность методики построения функции Харрингтона для показателей с двусторонними ограничениями побудила ряд авторов к поиску функций желательности иного, более простого вида. Так, в работе [3] предлагается двусторонняя функция желательности следующего вида:

$$d_i = \exp\{-k[(x_i - a_i)/(b_i - a_i)]2\}, \quad (5)$$

где ai – оптимальное значение i-го показателя, при котором функция желательности равна 1; bi – значение показателя, при котором качество низкое и функция желательности менее 0,05; k – параметр, управляющий формой кривой (рекомендуемое его значение – 3.

Авторы цитируемой работы считают, что функции желательности вида (5) являются «более простыми и достаточно гибкими»[1]. При этом, однако, авторы умалчивают, что форму графика функции желательности вида (5) задает не только параметр k, но и другие ее параметры – ai и bi, что является нежелательным. С другой стороны, мнение авторов о «громоздкости» методики построения функции желательности Харрингтона вида (1), на наш взгляд, является ошибочным.

Покажем это на конкретном примере, продолжающем наши исследования по оценке уровня жизни населения регионов Центральной России. В публикации[2] в качестве регионального индикатора уровня дохода предложено использовать преобразование отношения среднемесячных денежных доходов населения регионов Центрального федерального округа к прожиточному минимуму в значения функции желательности Харрингтона. Как и в работе[3], предполагалось, что данный индикатор характеризуется односторонним ограничением, т.е. существует «пороговое» значение показателя, которое можно считать приемлемым, и ему приписывалась величина желательности 0,37 (нижняя граница зоны «удовлетворительно»).

В этой же работе справедливо отмечается, что наличие высоких доходов еще не гарантирует высокий уровень жизни, необходимо также удовлетворить потребности высшего уровня, реализуемые в сфере услуг и большей своей частью относящиеся к социальной сфере. В качестве соответствующего индикатора, названного авторами данной работы «уровень социальной удовлетворенности», принято отношение оборота услуг населения к величине общего товарооборота региона.

---

[1] Егоршин А.А., Малярец Л.М. Моделирование интегрального показателя конкурентного статуса предприятия // Коммунальное хозяйство городов: науч.-техн. сб. – Вып.50. Серия: Экономические науки. – К.: «Техніка», 2003, С. 57.

[2] Шуметов В.Г. О преобразовании социально-экономических показателей в безразмерные индексы в задачах математического моделирования // Среднерусский вестник общественных наук. – 2014. – №4(34). – С.102–111.

[3] Светуньков С.Г., Заграновская А.В., Светуньков И.С. Комплекснозначный анализ и моделирование неравномерности социально-экономического развития регионов России. – СПб., 2012. – 129 с.

Из контекста цитируемой работы следует, что предлагаемый авторами индикатор уровня социальной удовлетворенности считается позитивным: чем его значение больше, тем лучше. Однако это предположение является ошибочным. Очевидно, например, что отношение оборота услуг связи к величине общего товарооборота региона не может быть отнесено к индикатору с односторонним ограничением, – должно существовать какое-то оптимальное значение этого соотношения. В равной мере это же относится к жилищно-коммунальным, транспортным и бытовым услугам.

а б

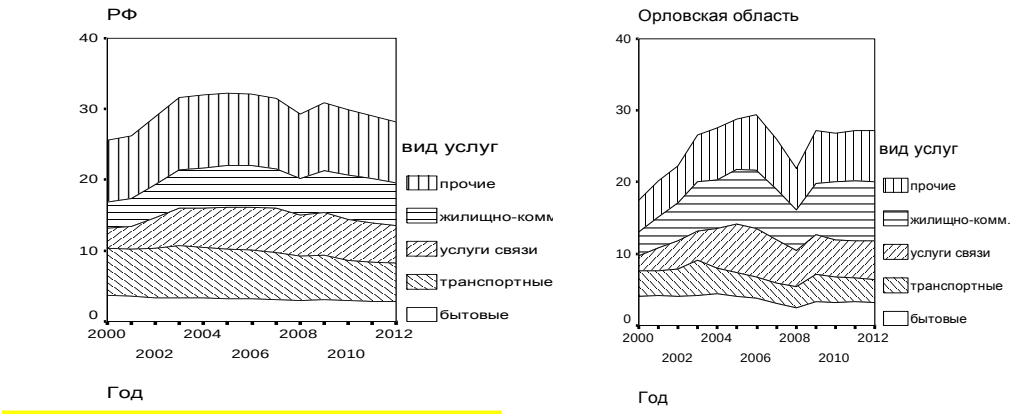


Рисунок 1 – Динамика компонентов уровня социальной удовлетворенности населения (отношения оборота услуг населению к объему розничного товарооборота): а – в РФ; б – в Орловской области

Figure 1 – Dynamics of the components of level of social satisfaction of the population (the ratio of turnover of public services to the volume of retail trade turnover) and - in the Russian Federation; b – in Orel

Действительно, из рисунка 1, на котором представлена динамика отношения оборота наиболее крупных услуг (бытовых, жилищно-коммунальных, транспортных и услуг связи) к величине общего товарооборота Российской Федерации и Орловской области (графики построены по статистическим данным сборников типа[1] за разные годы в программной среде пакета SPSS[2]), видно, что в период 2000–2012 гг. в целом по РФ наблюдалась довольно сложная динамика индикатора уровня социальной удовлетворенности: суммарно по всем видам услуг отношение оборота услуг к величине общего товарооборота достигло максимума в 2006 г., затем значения индикатора стали снижаться, а в 2008 г. – год экономического кризиса – наблюдался локальный минимум.

В Орловской области наблюдалась примерно такая же динамика индикатора уровня социальной удовлетворенности, с той лишь разницей, что проявление дефолта 2008 г. было более рельефным. Другой примечательной особенностью региональной статистики характеризовалась динамика компонентов индикатора: судя по графикам временных рядов, к концу изучаемого периода наблюдается стабилизация отношения оборота услуг различного

[1] Регионы России. Социально-экономические показатели. 2013: Стат. сб. / Росстат. – М., 2013 – 990 с.
[2] SPSS Base 8.0 для Windows. Руководство по применению. – М.: СПСС Русь, 1998. – 397 с.

вида к величине общего товарооборота. Это позволяет говорить о наличии оптимальных значений компонентов индикатора уровня социальной удовлетворенности, в качестве которых логично принять их средние величины по временным рядам.

Не теряя общности, рассмотрим лишь один из компонентов индикатора уровня социальной удовлетворенности населения – отношение оборота услуг связи к объему розничного товарооборота. Сформулируем задачу: по выборке, репрезентирующей распределение данного индикатора, построить шкалы желательности с использованием двух преобразований – преобразования Харрингтона и преобразования вида (5) с целью их сравнения.

В части построения шкалы желательности на основе преобразования Харрингтона с двусторонними ограничениями решение этой задачи требует выполнения следующих этапов:

1) формирование «обучающей» выборки и расчет ее числовых статистических характеристик – среднего арифметического и стандартного отклонения. В предположении, что распределение показателя может быть аппроксимировано нормальным законом, эти два параметра полностью описывают региональные данные;

2) выбор нижнего и верхнего значений преобразуемого показателя, отделяющих зону желательности «удовлетворительно» от нижней и верхней зон «плохо»;

3) построение графика функции желательности d=f(z) в координатах «желательность d» – «кодированная безразмерная переменная z»;

4) построение графика функции желательности d=f(X) в координатах «желательность d» – «исходный показатель X»;

5) определение границ пяти зон желательности: «очень плохо», «плохо», «удовлетворительно», «хорошо», «очень хорошо».

В качестве исходной выборки использовали данные по отношению оборота услуг связи населению к объему розничного товарооборота регионов Центрального федерального округа за период 2001–2012 гг., из которых в обучающую выборку был включен массив этого компонента индикатора за 2005 и 2010 гг. Проверка по тесту Колмогорова–Смирнова показала, что эта выборка после исключения из нее Московской области является однородной, а распределение значений данного компонента индикатора по регионам ЦФО не противоречит нормальному закону, и выборка объемом N=34 однозначно описывается двумя статистическими характеристиками – средним выборочным значением Xср=5,95% и стандартным (средним квадратическим) отклонением СКО(X)=1,10%.

Соответственно за оптимальное значение рассматриваемого компонента индикатора, при котором функция желательности равна единице, принимаем Xopt=Xср=5,95%, тогда допустимыми точками, которые разделяют области желательности «удовлетворительно» и «плохо» снизу и сверху, будут: нижняя граница Xmin=5,95–1,10=4.85% и верхняя граница Xmax=5,95+1,10=7,05%. Этим значениям данного компонента индикатора будет отвечать величина функции желательности 0,37 – нижняя граница зоны «удовлетворительно».

Выражение (2) запишем в более простой форме. С учетом равенства (3) и учитывая, что Xmax–Xmin,=2СКО(X), получаем:

$$Z = [2X – 2Xср]/[2СКО(X)] = (X – Xср)/СКО(X). \quad (6)$$

Из формулы (6) следует, что нижней и верхней граничным значениям рассматриваемого компонента индикатора отвечают значения кодированной переменной Z=-1 и Z=1 соответственно, а при X=Xср переменная Z=0.

Дополнительной «реперной» точкой мы, как правило, не располагаем, поэтому значение параметра n, управляющего формой кривой, устанавливали подбором из ряда целых чисел: 1, 2, 3, 4. При n=1 кривая желательности приобретает островершинную форму, при n=4 – плосковершинную форму, и вполне удовлетворительные результаты получаются при значениях параметра n=2 или n=3 (рис. 2).

Сравнивая кривые рисунка 2, можно заметить, что их различие определяется крутизной в зонах «удовлетворительно» (метки 0,37 – 0,63 шкалы желательности): с увеличением параметра n крутизна роста и спада функции желательности увеличивается. Как следствие, ширина зон желательности «хорошо» (метки 0,63 – 0,80 шкалы) и «очень хорошо» становится больше, а ширина зон желательности «плохо» (метки 0,20 – 0,37 шкалы) и «очень плохо» (метки 0,00 – 0,20 шкалы желательности). В то же время ширина нижней и верхней зон желательности «удовлетворительно» остается неизменной.

Для выбора конкретного значения параметра n необходимо привлекать экспертов; в первом приближении можно принять значение параметра n=2.

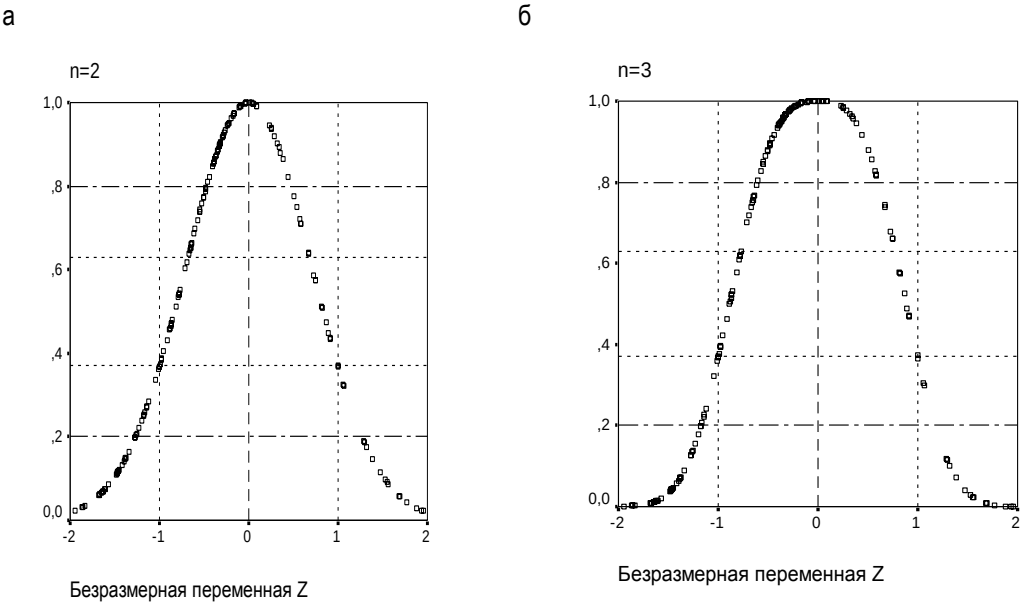


Рисунок 2 – Функция желательности Харрингтона – отношения оборота услуг связи населению регионов Центрального федерального округа к объему розничного товарооборота в безразмерных координатах d=f(z): а – параметр формы n=2; б – n=3 (графики построены по полной выборке регионов ЦФО)

Figure 2 – The function of desirability of Harrington - turnover ratio of communication services in the Central Federal District to the volume of retail trade turnover in the dimensionless coordinates d = f (z): a –the shape parameter n = 2; b – n = 3 (graphics are built on the full sample of CFD regions)

От функции желательности в координатах «желательность d» – «кодированная безразмерная переменная z» с параметром крутизны кривой n=2 перейдем к функции желательности в координатах «желательность d» – «исходный показатель X» (рис. 3).

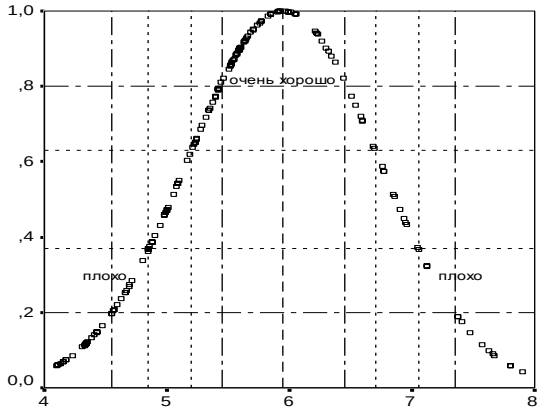


Рисунок 3 – Функция желательности Харрингтона – отношение оборота услуг связи населению регионов Центрального федерального округа к объему розничного товарооборота в исходных координатах с параметром крутизны n=2

Figure 3 – The function of desirability of Harrington - turnover ratio of communication services in the Central Federal District to the volume of retail trade turnover in the original coordinates with the slope parameter n = 2

По этому рисунку можно определить границы всех зон желательности (на рисунке отмечены зона «очень хорошо» и две зоны «плохо» – нижняя с верхней границей 4,85% и верхняя с нижней границей 7,05%):

- граница зон «очень плохо» и «плохо» X=4,55% и 7,35%;
- граница зон «плохо» и «удовлетворительно» X=4,85% и 7,05%;
- граница зон «удовлетворительно» и «хорошо» X=5,20% и 6,70%;
- граница зон «хорошо» и «очень хорошо» X=5,45% и 6,45%.

Построим теперь двустороннюю функцию желательности отношения оборота услуг связи населению регионов Центрального федерального округа к объему розничного товарооборота вида (5), также для двух значений параметра k, управляющего формой кривой – k=2 и k=3. Значение параметра a, при котором функция желательности равна 1, также принимаем равным среднему по обучающей выборке: a=5,95%, но значение параметра b, при котором функция желательности менее 0,05, нам не известно.

Можно, однако, принять его бóльшим параметра a на два СКО(X), т.е. на 2×1,10=2,20% (здесь мы руководствуемся теоретической кривой нормального распределения, согласно которой 95,4% измерений рассматриваемого компонента индикатора заключено в области ±2СКО(X) от среднего значения). Получаем: b=8,15%, и выражение (5) принимает следующий вид:

$$d = \exp\{-k\,[(X - 5{,}95)/(8{,}15 - 5{,}95)]2\}, \quad (7)$$

или, что проще:

$$d = \exp\{-k\,[(X - 5{,}95)/2{,}20]2\}. \quad (8)$$

Из сравнения графиков рисунка 4 видно, что изменение параметра формы кривой k влечет за собой изменение границ зон желательности рассматриваемого компонента индикатора уровня социальной удовлетворенности населения: если при k=2 нижняя граница зоны желательности «удовлетворительно» отвечает соотношению оборота услуг связи к объему товарооборота 4,40%, то при k=3 эта граница смещается в сторону более высоких значений показателя – к величине 4,70%. Соответственно наблюдается сдвиг и верхней границы зоны желательности «удовлетворительно» – с 7,50% при k=2 до 7,20% при k=3, что, конечно, недопустимо.

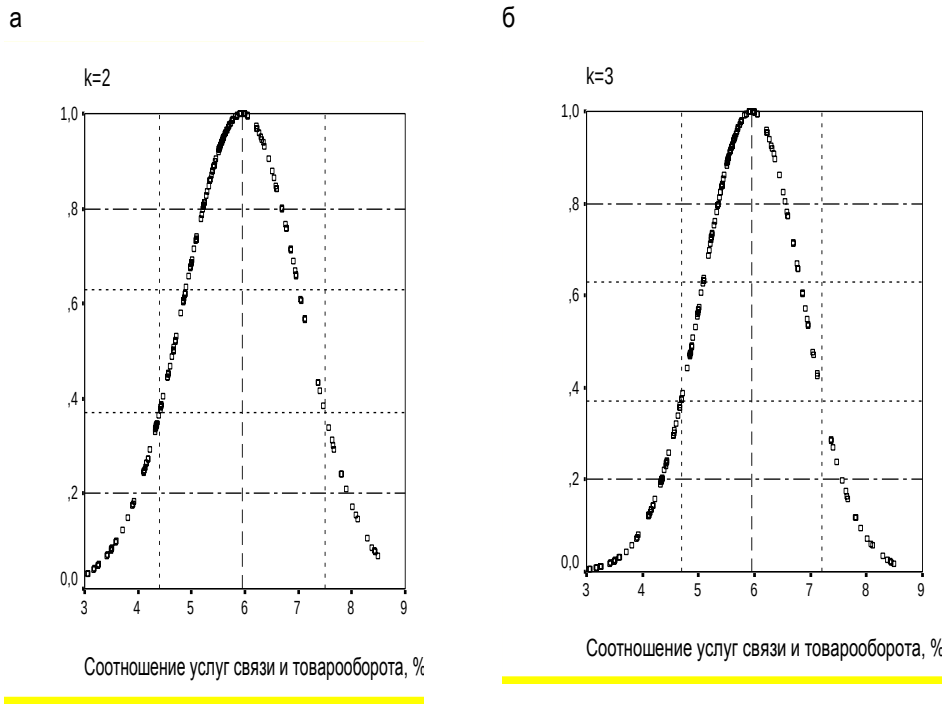


Рисунок 4 – Функция желательности вида (8) отношения оборота услуг связи населению регионов Центрального федерального округа к объему розничного товарооборота: а – k=2; б – k=3

Figure 4 – The function of the desirability of the form (8) turnover ratio of communication services in the Central Federal District to the volume of retail trade turnover: a – k = 2; b – k = 3

Таким образом, преобразование исходного показателя с двусторонним ограничением по методике, предложенной в работе[1], приводит к заметному сдвигу границ основной зоны желательности – зоны «удовлетворительно», тогда как при преобразовании Харрингтона эти границы остаются неизменными. В то же время нет принципиальных затруднений в построении функции желательности Харрингтона с двусторонним ограничением по предлагаемой нами методике, и ее можно рекомендовать к практическому применению.

[1] Егоршин А.А., Малярец Л.М. Моделирование интегрального показателя конкурентного статуса предприятия // Коммунальное хозяйство городов: науч.-техн. сб. – Вып. 50. Серия: Экономические науки. – К.: «Техніка», 2003. – С. 54–65.

Библиография/References:

1. Барбашова Е.В., Чекулина Т.А., Шуметов В.Г. Статистический подход к формированию функции желательности Харрингтона в задачах математического моделирования // Вестник ОрелГИЭТ. – 2015. – №2(32). – С. 94–99.
2. Егоршин А.А., Малярец Л.М. Моделирование интегрального показателя конкурентного статуса предприятия // Коммунальное хозяйство городов: науч.-техн. сб. – Вып. 50. Серия: Экономические науки. – К.: «Техніка», 2003. – С. 54–65.
3. Шуметов В.Г. О преобразовании социально-экономических показателей в безразмерные индексы в задачах математического моделирования // Среднерусский вестник общественных наук. – 2014. – № 4 (34). – С. 102–111.
4. Светуньков С.Г., Заграновская А.В., Светуньков И.С. Комплекснозначный анализ и моделирование неравномерности социально-экономического развития регионов России. – СПб., 2012. – 129 с.
5. SPSS Base 8.0 для Windows. Руководство по применению. – М.: СПСС Русь, 1998. – 397 с.
6. Harrington E.C. The desirable function // Industrial Quality Control. – 1965. – V.21. – №10. – P. 494–498.

1. Barbashova, E.V., Chekulina, T.A., Shumetov, V.G. (2015) Statisticheskii podkhod k formirovaniiu funktsii zhelatel'nosti Kharringtona v zadachakh matematicheskogo modelirovaniia [The statistical approach to the formation of desirable function Harrington in problems of mathematical modeling] // Vestnik OrelGIET [OrelSIET Bulletin]. – №2(32). – P. 94–99. (in Russ.)
2. Egorshin, A.A., Maliarets, L.M. (2003) Modelirovanie integral'nogo pokazatelia konkurentnogo statusa predpriiatiia [Simulation of the integral index of the competitive status of the enterprise] // Kommunal'noe khoziaistvo gorodov: nauch.-tekhn. sb. – Vyp.50. Seriia: Ekonomicheskie nauki. – K.: «Tekhnika». – P. 54–65. (in Russ.)
3. Shumetov, V.G. (2014) O preobrazovanii sotsial'no-ekonomicheskikh pokazatelei v bezrazmernye indeksy v zadachakh matematicheskogo modelirovaniia [On the transformation of the socio-economic indicators into dimensionless indices in the problems of mathematical modeling] // Srednerusskii vestnik obshchestvennykh nauk [Central Russian Journal of Social Sciences]. – № 4 (34). – P. 102–111. (in Russ.)
4. Svetun'kov, S.G., Zagranovskaia, A.V., Svetun'kov, I.S. (2012) Kompleksnoznachnyi analiz i modelirovanie neravnomernosti sotsial'no-ekonomicheskogo razvitiia regionov Rossii [Of complex analysis and modeling of the uneven socio-economic development of regions of Russia]. – SPb. – 129 p. (in Russ.)
5. SPSS Base 8.0 dlia Windows. Rukovodstvo po primeneniiu [SPSS Base 8.0 for Windows. Application Guide]. – M.: SPSS Rus', 1998. – 397 p.